

# Indice

---

<b>Premessa</b>	<b>xi</b>
<b>Prefazione</b>	<b>xv</b>
<b>1 Funzioni di variabile complessa</b>	<b>1</b>
1.1 Funzioni analitiche . . . . .	1
1.1.1 Teorema di Cauchy . . . . .	5
1.1.2 Serie di Laurent e singolarità isolate . . . . .	14
1.1.3 Prolungamento analitico . . . . .	18
1.1.4 Teorema dei residui . . . . .	22
1.2 Formula di Lagrange . . . . .	35
1.2.1 Funzioni meromorfe . . . . .	35
1.2.2 Invertibilità di una funzione analitica . . . . .	43
1.3 Reciproca di una funzione analitica . . . . .	50
1.3.1 Metodo della serie geometrica . . . . .	50
1.3.2 Metodo del prodotto di Cauchy . . . . .	51
1.4 Numeri di Bernoulli e di Eulero . . . . .	54
1.5 Somme di Gauss . . . . .	59
1.6 Espansioni di Mittag-Leffler . . . . .	62
1.6.1 Sviluppo in frazioni parziali . . . . .	62
1.6.2 Teorema di Mittag-Leffler . . . . .	65
1.7 Trasformazione di Sommerfeld-Watson . . . . .	68
1.8 Prodotti infiniti . . . . .	73
1.9 Espansioni di Weierstrass . . . . .	76
<b>2 Espansioni asintotiche</b>	<b>79</b>
2.1 Definizioni e proprietà delle espansioni asintotiche . . . . .	79
2.2 Fenomeno di Stokes . . . . .	83
2.3 Metodo del punto di sella . . . . .	87
2.3.1 Esempi . . . . .	93

2.4	Formule di Abel-Plana e di Eulero-Maclaurin . . . . .	101
2.5	Metodo WKB . . . . .	105
<b>3</b>	<b>Funzioni speciali</b>	<b>117</b>
3.1	Funzione gamma di Eulero . . . . .	117
3.2	Funzione digamma . . . . .	125
3.3	Funzione beta di Eulero . . . . .	126
3.4	Funzione zeta (generalizzata) di Riemann . . . . .	129
<b>4</b>	<b>Equazioni differenziali ordinarie</b>	<b>135</b>
4.1	Generalità . . . . .	135
4.2	Distribuzioni . . . . .	142
4.3	Equazioni lineari del primo ordine . . . . .	147
4.4	Equazioni lineari del secondo ordine . . . . .	154
4.4.1	Metodo del wronskiano . . . . .	156
4.4.2	Metodo della funzione di Green . . . . .	161
4.4.3	Teorema di Green . . . . .	163
4.4.4	Teorema dell'alternativa e funzioni di Green con modi zero . . . . .	167
4.5	Equazioni differenziali ordinarie su $\mathbb{C}$ . . . . .	172
4.5.1	Punti regolari. Soluzione per serie . . . . .	173
4.5.2	Punti singolari . . . . .	177
4.5.3	Punto all'infinito . . . . .	187
4.5.4	Tipi di equazioni . . . . .	190
4.5.5	Trasformazioni conformi . . . . .	192
4.5.6	Equazioni con un solo punto singolare regolare . . . . .	195
4.5.7	Equazioni con due punti singolari regolari . . . . .	196
4.5.8	Equazioni con tre punti singolari regolari (Papperitz-Riemann) . . . . .	198
4.5.9	Equazione ipergeometrica . . . . .	201
4.5.10	Problemi a simmetria sferica. Equazione di Le- gendre associata . . . . .	212
4.5.11	Polinomi di Legendre . . . . .	220
4.5.12	Equazione ipergeometrica confluyente . . . . .	227
4.5.13	Equazione di Bessel . . . . .	239
<b>5</b>	<b>Funzioni ellittiche</b>	<b>255</b>
5.1	Introduzione . . . . .	255
5.2	Funzioni doppiamente periodiche . . . . .	258
5.3	Funzione $\wp$ di Weierstrass . . . . .	264
5.4	Funzioni theta di Jacobi . . . . .	274
5.5	Funzioni ellittiche di Jacobi . . . . .	291

<b>6</b>	<b>Operatori lineari</b>	<b>297</b>
6.1	Spazi vettoriali topologici . . . . .	297
6.2	Spazi metrici . . . . .	300
6.3	Spazi normati . . . . .	303
6.4	Spazi euclidei . . . . .	312
6.5	Sottospazi vettoriali . . . . .	322
6.6	Funzionali lineari . . . . .	323
6.6.1	Convergenza debole . . . . .	328
6.7	Operatori lineari . . . . .	329
6.7.1	Operatore aggiunto . . . . .	331
6.7.2	Operatori unitari . . . . .	332
6.7.3	Operatori non limitati . . . . .	333
6.7.4	Operatori autoaggiunti . . . . .	335
6.8	Teoria spettrale . . . . .	336
6.8.1	Spettro di operatori autoaggiunti . . . . .	341
6.9	Esempi . . . . .	342
6.9.1	Operatori di “shift” . . . . .	342
6.9.2	Operatori differenziali . . . . .	347
6.9.3	Operatori differenziali di Sturm-Liouville . . . . .	352
6.9.4	Operatori integrali . . . . .	356
<b>7</b>	<b>Trasformate di Fourier e Laplace</b>	<b>367</b>
7.1	Serie di Fourier . . . . .	368
7.2	Trasformata di Fourier . . . . .	372
7.2.1	Proprietà della trasformata di Fourier . . . . .	377
7.3	Trasformata di Fourier delle distribuzioni . . . . .	379
7.4	Trasformata di Fourier in $L_2$ . . . . .	382
7.5	Trasformata di Laplace . . . . .	383
7.5.1	Proprietà della trasformata e dell’antitrasformata di Laplace. . . . .	387
7.6	Metodo delle trasformate per la risoluzione di equazioni differenziali . . . . .	390
<b>8</b>	<b>Equazioni differenziali alle derivate parziali</b>	<b>397</b>
8.1	Equazioni del I ordine quasi lineari . . . . .	398
8.2	Equazioni del II ordine lineari . . . . .	402
8.3	Problemi ben posti . . . . .	405
8.3.1	Esempio di Hadamard . . . . .	410
8.4	Metodi di soluzione . . . . .	411
8.4.1	Metodo delle caratteristiche . . . . .	412
8.4.2	Metodo di separazione delle variabili . . . . .	413
8.4.3	Metodo delle trasformate integrali . . . . .	417

8.4.4	Soluzioni fondamentali . . . . .	418
8.4.5	Problema di Dirichlet sulla sfera per l'equazione di Laplace . . . . .	426
8.4.6	Un problema misto per le equazioni paraboliche non omogenee . . . . .	432
<b>Appendici</b>		<b>435</b>
<b>A</b>	<b>Coordinate sferiche in <math>n</math> dimensioni</b>	<b>437</b>
<b>B</b>	<b>Delta di Dirac multidimensionale</b>	<b>441</b>
<b>C</b>	<b>Formulario per le funzioni speciali gamma, beta e zeta</b>	<b>443</b>
<b>D</b>	<b>Esercizi</b>	<b>445</b>
<b>E</b>	<b>Soluzioni degli esercizi</b>	<b>451</b>
<b>F</b>	<b>Esercizi proposti</b>	<b>497</b>
<b>Bibliografia</b>		<b>539</b>
<b>Indice analitico</b>		<b>541</b>