

Indice

<i>Prefazione alla traduzione italiana</i> di Umberto Zannier	vii
<i>Avvertenza alla traduzione italiana</i> di Sandro Graffi e Costanza Larese	xiii

Ricerche aritmetiche

Dedica	3
Prefazione	5
1. Congruenza dei numeri in generale	9
1. Numeri congruenti, moduli, residui e nonresidui	
4. Residui minimi	
5. Proposizioni elementari sulle congruenze	
12. Qualche applicazione	
2. Congruenze di primo grado	15
13. Teoremi preliminari su numeri primi, fattori, ecc.	
26. Soluzione delle congruenze di primo grado	
32. Come trovare i numeri congruenti con residui dati secondo un modulo dato	
37. Congruenze lineari che comportano più incognite	
38. Teoremi vari	
3. Residui di potenze	37
45. I residui dei termini di una progressione geometrica che comincia dall'unità costituiscono una successione periodica	
<i>Si considerano per prima cosa moduli che sono numeri primi</i>	

- 49. Ponendo il modulo uguale a p , il numero dei termini nel periodo divide $p - 1$
- 50. Teorema di Fermat
- 52. A quanti numeri corrispondono i periodi nei quali la cardinalità dei termini è divisore del numero dato $p - 1$
- 57. Radici primitive, basi, indici
- 58. Algoritmo degli indici
- 60. Radici della congruenza $x^n \equiv A$
- 69. Legame fra gli indici in sistemi diversi
- 72. Basi adattate ad usi particolari
- 73. Metodo per assegnare le radici primitive
- 75. Teoremi vari sui periodi e sulle radici primitive
- 76. (Teorema di Wilson)
- 82. *Moduli che sono potenze di numeri primi*
- 90. *Moduli che sono potenze di 2*
- 92. *Moduli composti da più di un primo*

- 4. Congruenze di secondo grado 69**
- 94. Residui e nonresidui quadratici
- 96. Tutte le volte in cui il modulo è primo, il numero dei suoi residui minori del modulo è uguale al numero dei suoi nonresidui
- 98. La questione se un numero composto sia residuo di un numero primo dato o nonresiduo dipende dalla natura dei fattori
- 100. Moduli che sono numeri composti
- 106. Criterio generale per stabilire se un numero dato sia residuo o nonresiduo di un numero primo dato
- 107. *Ricerche sui numeri primi i cui residui o nonresidui siano numeri dati*
- 108. Residuo -1
- 112. Residui $+2$ e -2
- 117. Residui $+3$ e -3
- 121. Residui $+5$ e -5
- 124. Su ± 7
- 125. Preparazione alla ricerca generale
- 130. Si stabilisce per induzione un teorema generale (*fondamentale*) e se ne deducono le conclusioni
- 135. Dimostrazione rigorosa del teorema fondamentale
- 145. Metodo analogo per dimostrare il teorema dell'art. 114
- 146. Soluzione del problema generale

147. Forme lineari che contengono tutti i numeri primi e che ammettono come residuo o nonresiduo un numero dato qualunque
151. Sui lavori di altri riguardo a queste ricerche
152. Congruenze di secondo grado non pure
- 5. Forme ed equazioni indeterminate di secondo grado 111**
153. Scopo della ricerca; definizione e segno delle forme
154. Rappresentazione dei numeri; determinante
155. Valori dell'espressione $\sqrt{bb - ac}$ (mod. M) che si riferiscono alla rappresentazione del numero M tramite la forma (a, b, c)
157. Forma che ne implica un'altra oppure contenuta in un'altra; trasformazione propria e impropria
158. Equivalenza propria e impropria
159. Forme opposte
160. Forme contigue
161. Divisori comuni dei coefficienti delle forme
162. Nesso fra tutte le trasformazioni simili di una forma data in una forma data
163. Forme ancipiti
164. Un teorema sul caso in cui una forma è contenuta in un'altra tanto propriamente che impropriamente
166. Generalità sulle rappresentazioni dei numeri tramite le forme e loro nesso con le trasformazioni
171. *Forme con determinante negativo*
182. Applicazioni particolari alla scomposizione dei numeri in due quadrati, in un quadrato semplice e uno doppio, in uno semplice e uno triplo
183. *Forme a determinante positivo non quadrato*
206. *Forme a determinante quadrato*
213. Forme contenute in altre alle quali, tuttavia, non sono equivalenti
215. *Forme con determinante 0*
216. Soluzione generale tramite numeri interi di tutte le equazioni indeterminate di secondo grado che comportano due incognite
222. Note storiche
Ricerche ulteriori sulle forme
223. Distribuzione delle forme di un dato determinante in classi
226. Distribuzione delle classi in ordini
228. Partizione degli ordini in generi
234. *Composizione delle forme*

245. Composizione degli ordini
 246. Composizione dei generi
 249. Composizione delle classi
 252. Per un determinante dato il numero di classi contenute in ogni genere dello stesso ordine non varia
 253. Confronto tra le numerosità delle classi contenute nei singoli generi di ordini diversi
 257. Numerosità delle classi ancipiti
 261. Certamente la metà di tutti i caratteri assegnabili per un determinante dato non può corrispondere a generi propriamente primitivi (positivi per determinanti negativi)
 262. Seconda dimostrazione del teorema fondamentale e dei teoremi rimanenti che riguardano i residui $-1, +2, -2$
 263. Si determina più da vicino quella metà dei caratteri che non hanno generi corrispondenti
 265. Metodo particolare per scomporre i numeri primi in due quadrati
 266. *Digressione che contiene una trattazione delle forme ternarie
 Qualche applicazione alla teoria delle forme binarie*
 286. Ricerca della forma che genera per duplicazione una forma binaria di un dato genere principale
 287. A tutti i caratteri, ad eccezione di quelli che, per gli artt. 262 e 263, sono impossibili da trovare, corrisponde un qualche genere
 288. Teoria della scomposizione, sia dei numeri che delle forme binarie, in tre quadrati
 293. Dimostrazione dei teoremi di Fermat che qualunque numero intero può essere scomposto in tre numeri triangolari o in quattro quadrati
 294. Soluzione dell'equazione $axx + byy + czz = 0$
 296. Sul metodo con il quale l'ill. Legendre trattò il teorema fondamentale
 299. Rappresentazione dello zero tramite forme ternarie quali che siano
 300. Soluzione generale delle equazioni indeterminate di secondo grado in due incognite tramite quantità razionali
 301. Sulla numerosità media dei generi
 302. Sulla numerosità media delle classi
 305. Un algoritmo particolare per le classi propriamente primitive. Determinanti regolari e irregolari ecc.
- 6. Applicazioni varie delle ricerche precedenti** **355**
 309. Scomposizione in frazioni più semplici

312. Conversione delle frazioni comuni in decimali
319. Soluzione della congruenza $xx \equiv A$ tramite il metodo di esclusione
323. Soluzione dell'equazione indeterminata $mxx + nyy = A$ tramite esclusioni
327. Un altro metodo per risolvere la congruenza $xx \equiv A$ per il caso in cui A è negativo
329. Due metodi per distinguere i numeri composti dai primi e per studiare i loro fattori
- 7. Equazioni che definiscono le sezioni del cerchio 383**
336. Si riduce la ricerca al caso più semplice dove il numero delle sezioni del cerchio è primo
337. Equazioni per le funzioni trigonometriche degli archi che sono parte o parti dell'intera circonferenza; riduzione delle funzioni trigonometriche alle radici dell'equazione $x^n - 1 = 0$
Teoria delle radici dell'equazione $x^n - 1 = 0$ (dove si suppone n numero primo)
341. Omettendo la radice 1, le altre (Ω) sono contenute nell'equazione $X = x^{n-1} + x^{n-2} + \text{ecc.} + x + 1 = 0$. La funzione X non si può scomporre in fattori inferiori in cui tutti i coefficienti siano razionali
342. Chiarimento dello scopo delle ricerche successive
343. Tutte le radici Ω si distribuiscono in determinate classi (periodi)
344. Teoremi vari sul periodo Ω delle radici
352. Aggiunta alle ricerche precedenti della soluzione dell'equazione $X = 0$
353. Esempi per $n = 19$, dove il calcolo si riduce a due equazioni cubiche e ad una quadratica, e per $n = 17$, dove si riduce a quattro quadratiche
Ricerche ulteriori sui periodi delle radici
355. Le somme nelle quali il numero dei termini è pari sono quantità reali
356. Equazione che definisce la distribuzione delle radici Ω in *due* periodi
357. Dimostrazione del teorema ricordato nel capitolo 4
358. Equazione per la distribuzione delle radici Ω in *tre* periodi
359. Riduzione delle equazioni per trovare le radici Ω ad equazioni pure

<i>Applicazione delle ricerche precedenti alle funzioni trigonometriche</i>	
361.	Metodo per distinguere gli angoli ai quali corrispondono le singole radici Ω
362.	Derivazione di tangenti, cotangenti, secanti e cosecanti da seni e coseni senza divisioni
363.	Metodo per ridurre successivamente le equazioni per le funzioni trigonometriche
365.	Sezioni del cerchio che si possono ottenere tramite equazioni quadratiche o tramite costruzioni geometriche
Aggiunte	431
Tavole	433
1. <i>Appendice all'edizione latina del 1863</i>	
	<i>Annotazioni manoscritte di Gauss</i> 439
	<i>Osservazione conclusiva sulla nuova edizione</i> 443
2. <i>Appendice alla traduzione italiana: Ricerche generali sulle congruenze</i>	
	<i>Avvertenza alla traduzione italiana</i> 449
	<i>Ricerche generali sulle congruenze</i> 451
	<i>Osservazioni sull'Analisi dei residui</i> 479