Indice

Prefazione **vii**

1 Sistemi dinamici e dinamica topologica **1**
1.1 Primi esempi 3
1.2 Tempo discreto e tempo continuo 5
1.3 Coniugio di sistemi dinamici 8
1.4 Dinamica topologica 10
1.5 Transitività e sistemi caotici 11
1.6 Esempi notevoli 14
1.6.1 Le rotazioni del cerchio 15
1.6.2 Le mappe tenda e logistica 15
1.6.3 Gli automorfismi del toro 16
1.6.4 Lo shift su m simboli 18
1.6.5 Mappe espansive e dinamica simbolica 19

2 Dinamica misurabile **21**
2.1 Spazi di misura e integrazione 21
2.2 Sistemi dinamici misurabili 30
2.3 Esistenza di misure invarianti 32
2.4 Misure invarianti assolutamente continue 33
2.5 Il teorema di ricorrenza di Poincaré 38

3 Teoria ergodica **41**
3.1 Frequenza di visita e teorema ergodico di Birkhoff . . . 41
3.2 Spazi di Hilbert e serie di Fourier 44
3.3 Operatori di Koopman e teorema ergodico di Von Neumann 49
3.4 Sistemi ergodici 52
3.5 Mescolamento forte ed esattezza 57
3.6 Sistemi ergodici e dinamica topologica 59
3.7 Esempi 61
3.8 Schemi di Bernoulli 62

4 Frazioni continue **67**
4.1 Mappa di Gauss 67
4.2 Frazioni continue e convergenti 70
4.3 Numeri diofantei 78
4.4 La mappa punto interrogativo di Minkowski 80
4.5 Esattezza della mappa di Gauss 82

5 L'equazione coomologica **85**
5.1 Coomologia e sistemi dinamici 85
5.2 Estensioni di sistemi dinamici e *Skew Products* 89
5.3 Risolvendo l'equazione coomologica 92
5.4 Flussi speciali del toro 97

6 Dinamica complessa e locale **103**
6.1 Linearizzazione di germi olomorfi 103
6.2 Stabilità di sistemi sulla sfera di Riemann 108
6.3 Il teorema di Siegel-Brjuno 112

7 Entropia e catene di Markov **117**
7.1 Entropia di Shannon 117
7.2 Entropia di Kolmogorov-Sinai 121
7.3 Entropia topologica 123
7.4 Calcolo delle probabilità e catene di Markov 130

A Alcune soluzioni **139**

Libri utili o per approfondire **149**